Střední průmyslová škola stavební Pardubice

Vzdělávací oblast: Matematické vzdělávání

Název:Vzdálenost dvou bodů

Autor: Mgr. Adéla Klárová

Datum, třída: 19.9.2012, 3.A - PS

Stručná anotace: Prezentace je určena pro třetí ročník odborných škol. Seznamuje žáky s metodou výpočtu vzdálenosti dvou bodů – na přímce, v rovině, v prostoru.

Tento materiál byl vytvořen v rámci projektu
Inovace ve vzdělávání na naší škole
V rámci OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

Vzdálenost dvou bodů na přímce

- Na číselné ose je vzdálenost dvou bodů $A[x_A]\ B[x_B]$ rovna absolutní hodnotě rozdílu reálných čísel x_A a x_B.

$$\boxed{|AB| = |x_B - x_A|}$$

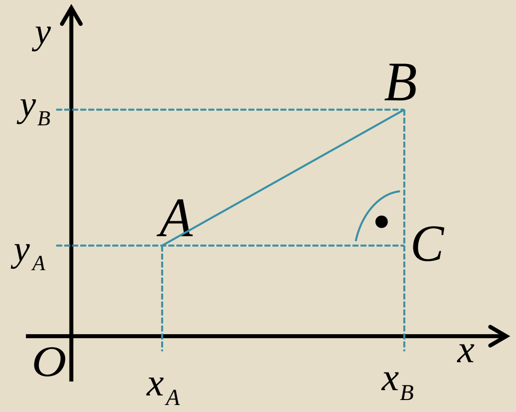
- Platí : $|x_B - x_A| = |x_A - x_B|$

- Zjistěte, jaká je vzdálenost bodů $A[-2]$, $B[7]$?
- Řešení: $|AB| = |x_B - x_A| = |7 - (-2)| = |9| = 9$

Vzdálenost dvou bodů v rovině

- Vzdálenost $|AB|$ dvou bodů $A[x_A; y_A]$, $B[x_B; y_B]$ v rovině je dána vzorcem:

$$\boxed{|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$



Která věta byla použita při odvození vzorce?

Pythagorova věta ☺

Vzdálenost dvou bodů v rovině

- Zjistěte, jaká je vzdálenost bodů $A[-1;-1]$, $B[11;-6]$?

- Řešení: $|AB| = \sqrt{[11-(-1)]^2 + [-6-(-1)]^2}$

$$|AB| = \sqrt{(11+1)^2 + (-6+1)^2}$$

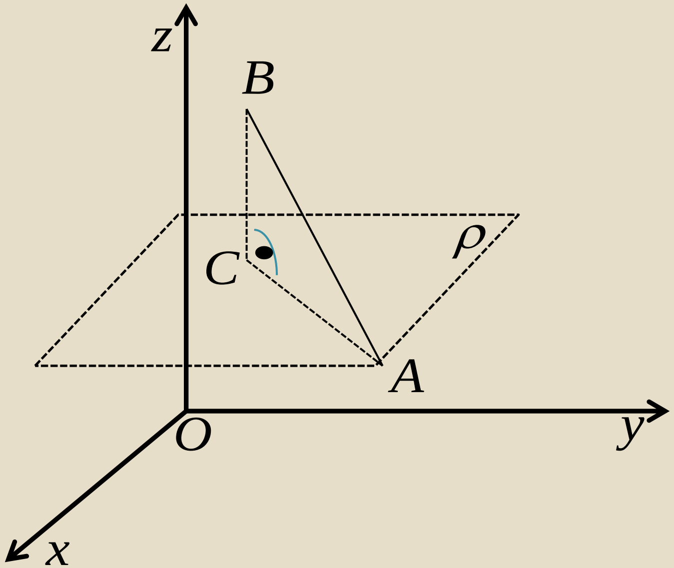
$$|AB| = \sqrt{(12)^2 + (-5)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{144+25} = \sqrt{169} = 13$$

Vzdálenost dvou bodů v prostoru

- Vzdálenost $|AB|$ dvou bodů $A[x_A; y_A; z_A]$, $B[x_B; y_B; z_B]$ v prostoru je dána vzorcem:

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$



Vzdálenost dvou bodů v prostoru

- Zjistěte, jaká je vzdálenost bodů $A[-1;5;1]$, $B[1;1;-2]$?
- Řešení: $|AB| = \sqrt{(1+1)^2 + (1-5)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{4+16+9} = \sqrt{29}$

- Na ose z najděte bod, který je stejně vzdálen od bodů $A[-2;1;4]$, $B[3;0;1]$?
- Řešení: Hledaný bod C osy z má souřadnice $[0;0;z]$. Určíme vzdálenosti $|AC|, |BC|$.

$$|AC| = \sqrt{(0+2)^2 + (0-1)^2 + (z-4)^2} = \sqrt{4+1+(z-4)^2} = \sqrt{z^2 - 8z + 21}$$

$$|BC| = \sqrt{(0-3)^2 + 0 + (z-1)^2} = \sqrt{9 + z^2 - 2z + 1} = \sqrt{z^2 - 2z + 10}$$

$$|AC| = |BC| \Rightarrow \quad \sqrt{z^2 - 8z + 21} = \sqrt{z^2 - 2z + 10} \qquad z^2 - 8z + 21 = z^2 - 2z + 10$$

$$-6z = -11 \Rightarrow z = \frac{11}{6} \qquad C\left[0;0;\frac{11}{6}\right]$$

Příklady na procvičení

- 1. Na ose y najděte bod vzdálený od bodu $A[4;-6]$ o délku 5.
- 2.Rozhodněte, zda trojúhelník s vrcholy $A[3;2]$ $B[-1;-1]$ $C[11;-6]$ je pravoúhlý.
- 3. Zjistěte délku úsečky AB, která má střed v počátku os souřadnic, je-li $A[6;-2;3]$.
- 4. Dokažte, že trojúhelník ABC, je pravoúhlý. $A[0;0]B[3;1]C[1;7]$
- 5. Který z bodů $M[3;4]$, $N[12;-5]$, $P[7;-24]$, $Q[-6;-8]$, je od počátku soustavy souřadnic O nejdál?

Řešení

- 1. $[0;-3]$ a $[0;-9]$

- 2. Nejdříve vypočítáme délky stran trojúhelníku ABC. Podle Pythagorovy věty by platilo: $c^2 = a^2 + b^2$

  $|AB| = 5 \quad |BC| = 13 \quad |AC| = 8\sqrt{2}$ tedy $|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$

  $169 \neq 25 + 128$ trojúhelník ABC není pravoúhlý.

- 3. $|AB| = 14$

- 5. bod P

- Zdroje:

KOLOUCHOVÁ, Jana; ŘEPOVÁ, Jana; ŠOBR, Václav. *Matematika pro SOŠ a studijní obory SOU, 5. část*. Praha 1: Prometheus, spol.s r. o., 1997, ISBN 80 - 7196 - 074 - 8.