



**Střední průmyslová škola stavební Pardubice**

**Vzdělávací oblast: Matematické vzdělávání**

**Název: Úhel dvou přímek**

Autor: Mgr. Adéla Klárová

Datum, třída: 19.11.2012, 3.A - PS

Stručná anotace: Prezentace je určena pro třetí ročník odborných škol. Výukový materiál s řešenými příklady na výpočet úhlu dvou různoběžných přímek. Obsahuje příklady na procvičení.

Inovace ve vzdělávání na naší škole

V rámci OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



# Odchylka dvou přímek



**Definice**: Odchylkou dvou přímek nazýváme velikost ostrého nebo pravého úhlu, který přímky svírají.

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$

Vektory  $\vec{u}$ ;  $\vec{v}$  jsou směrové, nebo normálové vektory daných přímek.

# Řešené příklady



1. Vypočtete odchylku přímek  $p$ ,  $q$ :

$$p : x = 1 + t$$

$$y = -2 - t$$

$$q : y = 3x - 1$$

Řešení:

$$\vec{s}_p = (1; -1)$$

$$k_q = 3 \Rightarrow \vec{s}_q = (1; 3)$$

$$\cos \varphi = \frac{|1 \cdot 1 + (-1) \cdot 3|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 3^2}}$$

$$\cos \varphi = \frac{2}{\sqrt{20}}$$

$$\varphi = 63^\circ 23'$$



2. Vypočtete odchylku přímek  $p, q$ :

$$p : 5x + y + 3 = 0$$

$$q : y = -5x + 2$$

Řešení:  $\vec{n}_p = (5;1)$        $k_q = -5 \Rightarrow \vec{s}_q = (1;-5) \Rightarrow \vec{n}_q = (5;1)$

Vektory jsou stejné, tedy přímky jsou **rovnoběžné** – úhel, který svírají je **0°**!



3. Vypočtete odchylku přímek  $p$ ,  $q$ :

$$p : 3x - 2y + 4 = 0$$

$$q : -x + 5y = 0$$

Řešení:  $\vec{n}_p = (3; -2)$

$$\vec{n}_q = (-1; 5)$$

$$\cos \varphi = \frac{|3 \cdot (-1) + (-2) \cdot 5|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 5^2}}$$

$$\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\varphi = 45^\circ$$



4. Vypočtěte odchylku přímek  $p$ ,  $q$ :

$$p : x = 3 - 2t$$

$$q : y = 2x$$

$$y = 1 + t$$

Řešení:

$$\vec{s}_p = (-2; 1)$$

$$\vec{s}_q = (1; 2)$$

$$\cos \varphi = \frac{|(-2) \cdot 1 + 1 \cdot 2|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 2^2}}$$

$$\cos \varphi = 0$$

$$\varphi = 90^\circ$$

# Příklady na procvičení



- ✚ 1. Zjistěte odchylku přímky  $p : x - 3 = 0$  a přímky  $q : x\sqrt{3} - y + 5 = 0$
- ✚ 2. Bodem  $M[1;3]$  ved'te přímku, která svírá s přímkou  $p : 4y - 5 = 0$  úhel o velikosti  $45^\circ$ .
- ✚ 3. Strany trojúhelníku  $ABC$  leží na přímkách , které jsou dány rovnicemi:  
 $a : x + 3y = 0$ ;  $b : x = 3$ ;  $c : x - 2y + 3 = 0$ .  
Vypočtete velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku.

# Řešení:



1.  $\alpha = 30^\circ$

2.  $x + y - 4 = 0; \quad x - y + 2 = 0$

3.  $\alpha = 63^\circ 23'$        $\beta = 45^\circ$        $\gamma = 71^\circ 34'$





- Zdroje:
- HUDCOVÁ, Milada; KUBIČÍKOVÁ, Libuše. *Sbírka úloh z matematiky pro střední odborné školy, střední odborná učiliště a nástavbové studium*. Praha: Prometheus, spol.s r. o., 2002, ISBN 80-7196-165 - 5.
- BUŠEK, Ivan. *Sbírka úloh z matematiky pro gymnázia, Analytická geometrie*. Praha 1: Prometheus, spol.s r. o., 1996, ISBN 80-7196-055-1.