Střední průmyslová škola stavební Pardubice
Vzdělávací oblast: Matematické vzdělávání
Název: Kuželosečky - elipsa

Autor: Mgr. Adéla Klárová

Datum, třída:13.12.2012, 3.A- PS

Stručná anotace: Prezentace je určena pro třetí ročník odborných škol. Výukový materiál s řešenými příklady na rovnici elipsy.

Inovace ve vzdělávání na naší škole
V rámci OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ELIPSA

<u>Definice</u>: Elipsa je množina všech bodů X v rovině, které mají od dvou různých bodů (ohnisek elipsy E, F) konstantní součet vzdáleností *(2a)*.

$S[m,n]$ *...střed elipsy*

A, B *...hlavní vrcholy*

C, D *...vedlejší vrcholy*

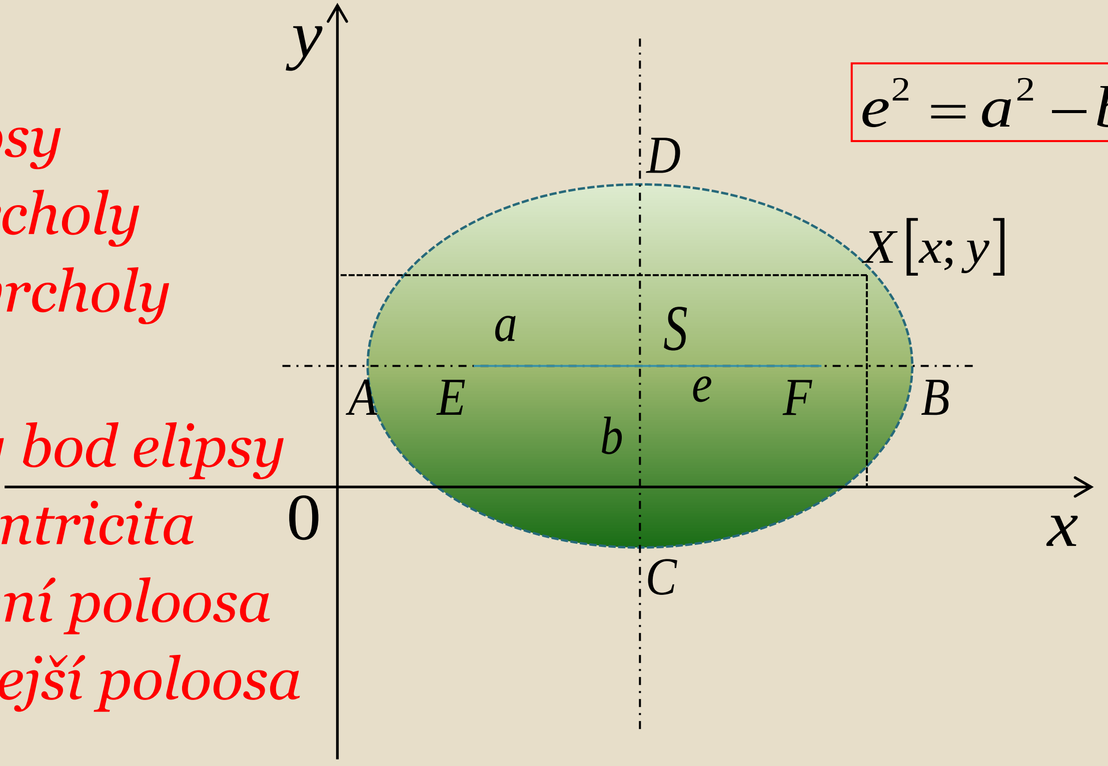
E, F *...ohniska*

$X[x,y]$ *...libovolný bod elipsy*

$|SE| = |SF| = e$ *...excentricita*

$|AS| = |SB| = a$ *...hlavní poloosa*

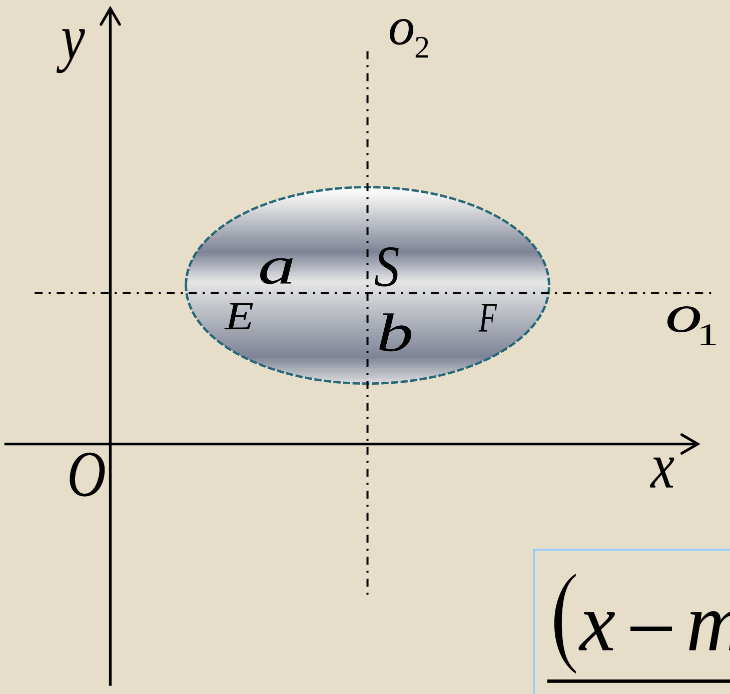
$|DS| = |SC| = b$ *...vedlejší poloosa*



$$\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$$

Středová rovnice elipsy

I. Hlavní osa elipsy je rovnoběžná s osou x



$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

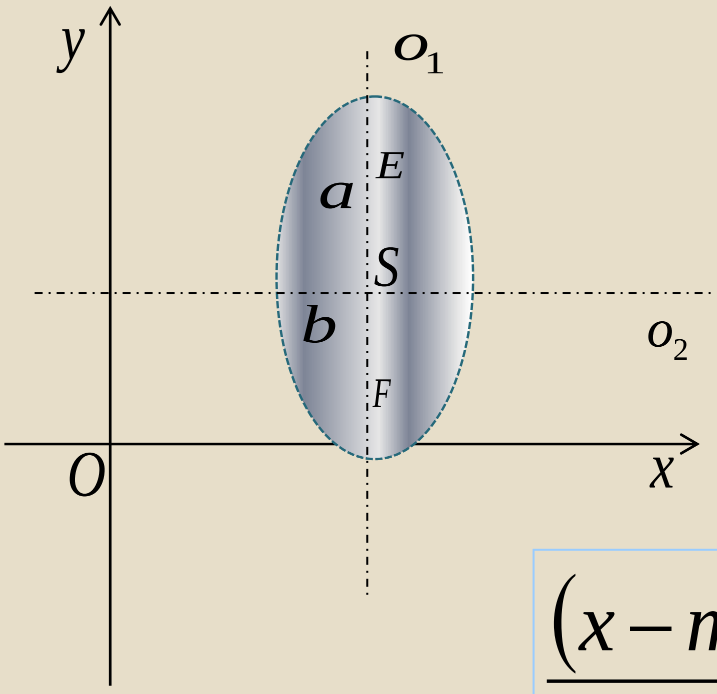
$$S[0;0]$$

$$\frac{(x-m)^2}{a^2}+\frac{(y-n)^2}{b^2}=1$$

$$S[m;n]$$

Středová rovnice elipsy

I. Hlavní osa elipsy je rovnoběžná s osou y



$$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$$

$$S[0;0]$$

$$\frac{(x-m)^2}{b^2}+\frac{(y-n)^2}{a^2}=1$$

$$S[m;n]$$

Obecná rovnice elipsy

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$$

$$A \succ 0; B \succ 0; A \neq B$$

ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

- 1. Napište středovou a obecnou rovnici elipsy se středem S, je-li dáno: $S[0;0]$ $a = 6; b = 5; o_1 = x$

- *Řešení:*

$$\frac{x^2}{6^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1 / .900$$

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$$

$$25x^2 + 36y^2 - 900 = 0$$

- 2. Napište středovou rovnici elipsy se středem $S[0;0]$, je-li dáno:

  a) $E[-5;0]$ $a=7$ b) $F[0;4]$ $b=2$

- *Řešení:*

a) $o_1 // o_x$

$|ES| = e \Rightarrow e = 5$

$e^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow b = \sqrt{a^2 - e^2}$

$b = 2.\sqrt{6}$

$$\boxed{\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1}$$

b) $o_1 // o_y$

$|FS| = e \Rightarrow e = 4$

$a^2 = b^2 + e^2 \Rightarrow a = 2.\sqrt{5}$

$$\boxed{\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{20} = 1}$$

- 3. Určete středovou a obecnou rovnici elipsy se středem $S[-4;3]$ a jejím bodem $D[-1;4]$, je-li $a = 2.\sqrt{3}$, $o_1 // o_x$.

Řešení:

$$\frac{(x+4)^2}{12} + \frac{(y-3)^2}{b^2} = 1 \qquad \frac{(-1+4)^2}{12} + \frac{(4-3)^2}{b^2} = 1$$

$$9b^2 + 12 = 12b^2 \qquad b^2 = 4 \Rightarrow b = 2$$

$$\boxed{\frac{(x+4)^2}{12} + \frac{(y-3)^2}{4} = 1} \qquad \boxed{x^2 + 3y^2 + 8x - 18y + 31 = 0}$$

- 4. Určete středovou rovnici elipsy, je-li dán její střed S a jeden její bod K:

  a) $S[-6;2]\ K[2;5]\ \ a=10\ \ o_1 // o_x$ b) $S[0;-2]\ K[-2;1]\ \ a=6\ \ o_1 // o_y$

Řešení:

a) $$\frac{(2+6)^2}{100}+\frac{(5-2)^2}{b^2}=1$$

$$9b^2=225 \Rightarrow b=5$$

$$\boxed{\frac{(x+6)^2}{100}+\frac{(y-2)^2}{25}=1}$$

b) $$\frac{(-2)^2}{b^2}+\frac{(1+2)^2}{36}=1$$

$$b=\sqrt{\frac{16}{3}}$$

$$\frac{x^2}{\frac{16}{3}}+\frac{(y+2)^2}{36}=1 \quad \boxed{\frac{3x^2}{16}+\frac{(y+2)^2}{36}=1}$$

- 5. Určete souřadnice středu, délky poloos, excentricitu a souřadnice ohnisek elipsy, která je dána obecnou rovnicí

$$16x^2+25y^2-64x+150y-111=0$$

Řešení:

$$16x^2-64x+25y^2+150y=111$$

$$16\left(x^2-4x\right)+25\left(y^2+6y\right)=111$$

$$16\left[(x-2)^2-4\right]+25\left[(y+3)^2-9\right]=111$$

$$16(x-2)^2+25(y+3)^2=111+225+64\ /:400$$

$$\boxed{\frac{(x-2)^2}{25}+\frac{(y+3)^2}{16}=1}$$

- Pokračování:

$$\boxed{\frac{(x-2)^2}{25}+\frac{(y+3)^2}{16}=1}$$

$S[2;-3]$ $b=4$

$a=5$ $e=3$

$E[-1;-3]$ $F[5;-3]$ $A[-3;-3]$ $B[7;-3]$

$C[2;-7]$ $D[2;1]$

- Zdroje:
- HUDCOVÁ, Milada; KUBIČÍKOVÁ, Libuše. *Sbírka úloh z matematiky pro střední odborné školy, střední odborná učiliště a nástavbové studium*. Praha: Prometheus, spol.s r. o., 2002, ISBN 80-7196-165 - 5.